平均の仮説検定

一標本の平均の検定

目的：新生児についてオーストラリア人の身長の平均μが日本人の身長の平均50.2cmと異なるかどうかを調べる

- データ
  - オーストラリア人新生児10人を無作為抽出し身長を測定
  - 測定値 (cm)

    51.0, 45.9, 48.8, 54.0, 53.5,
    48.0, 44.5, 46.0, 50.3, 48.0

帰無仮説の設定

- 帰無仮説と対立仮説

$$H_0 : \mu = 50.2, \quad H_1 : \mu \neq 50.2$$

- 基本的な考え方
  - 標本平均が50.2から大きく離れていれば帰無仮説を棄却
  - 標本平均が50.2からあまり離れていなければ棄却できない

標本平均がどれだけの大きさのときに仮説を棄却するか？

検定統計量とその分布

- 次の統計量を求める

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

- 帰無仮説のもとでの検定統計量 t の分布
  - 自由度 $n-1$ の t 分布にしたがう
  - 判定方法：t分布の上側（下側）2.5％点より大きい（小さい）ならば帰無仮説を棄却する

検定統計量を求めるための統計量

- 今回の例
  - 標本数

$$n = 10$$

  - 標本平均

$$\bar{x} = \frac{51.0 + 45.6 + \cdots + 48.0}{10} = 49.0$$

  - 標本分散

$$s = \sqrt{\frac{(51.0 - 49.0)^2 + (45.6 - 49.0)^2 + \cdots + (48.0 - 49.0)^2}{10 - 1}} = 3.19$$

検定統計量

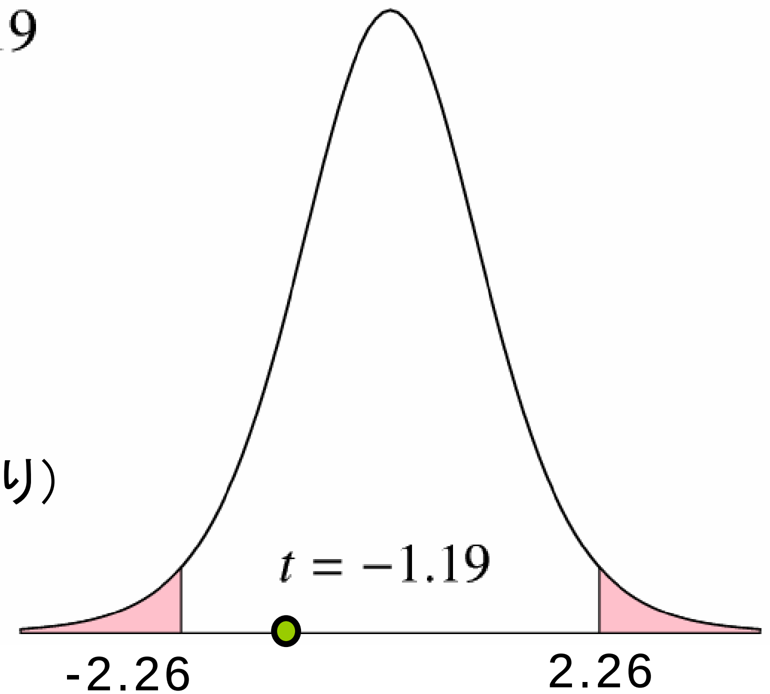
- **検定統計量**

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{49.0 - 50.2}{\frac{3.19}{\sqrt{10}}} = -1.19$$

- 自由度9のt分布(右図)
  - t 分布の両側5%点(付表等より)

    (-2.26, 2.26)
  - $-2.26 < t < 2.26$
  - 帰無仮説を有意水準5%で棄却できない

自由度9のt 分布



対になった標本の平均の検定

対になった標本の平均の検定

目的：20歳の女性13人について，入浴を済ませた2分後の最高血圧と安静時の最高血圧を測定した。これらの血圧値の間に差があるかを検証したい

- データ
  - (入浴を済ませた2分後の最高血圧値)－(安静時の最高血圧値)
  - 測定値

    20, 4, 10, 2, 10, -10, 4, 24, 10, -6, 14, 10, 16

- 帰無仮説と対立仮説

$$H_0 : \mu = 0, \quad H_1 : \mu \neq 0, \quad \mu : \text{差の母平均}$$

検定統計量

- データ

  20, 4, 10, 2, 10, -10, 4, 24, 10, -6, 14, 10, 16

- 有意水準1%で検定を行う
  - 標本数： $n = 13$
  - 標本平均： $\bar{x} = 8.31$
  - 標本分散： $s = 9.59$
  - 上側0.05%点と下側0.05%点： $-3.055, 3.055$
  - 検定統計量

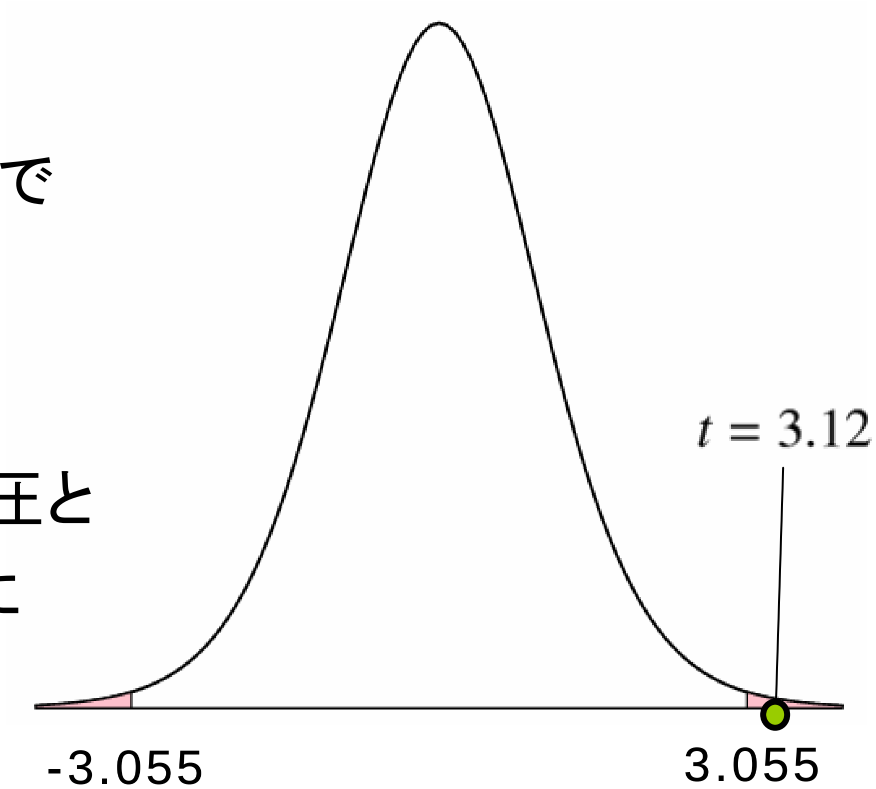
$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{8.31}{\frac{9.59}{\sqrt{13}}} = 3.12$$

検定統計量

検定結果

- $$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{8.31}{\frac{9.59}{\sqrt{13}}} = 3.12$$
- 帰無仮説を有意水準1%で棄却する
- 20歳の女性について,
  入浴して2分後の最高血圧と
  安静時の最高血圧値間に
  差があるといえる

自由度12のt分布



二標本の平均の差の検定

二標本の平均の差の検定

男性と女性の尿中の尿酸量に差があるかを調べる

- 男性，女性各22名を抽出し，尿中の尿酸量を測定
  (ここでは等分散を仮定する)
  - 男性 (mg/dl)
    5.1, 5.8, 5.2, 6.0, 6.3, 4.8, 6.8, 5.9, 5.9, 6.1, 5.6
    6.0, 5.3, 5.3, 3.6, 2.9, 6.3, 4.7, 5.7, 5.4, 7.1, 5.2
  - 女性 (mg/dl)
    5.0, 4.1, 4.2, 5.1, 3.5, 4.1, 4.8, 4.1, 4.8, 5.1, 5.1,
    3.9, 4.7, 4.0, 3.9, 4.0, 5.0, 4.2, 5.1, 4.7, 3.9, 3.5

統計量

- <u>帰無仮説</u>：男性と女性の尿酸量の母平均は等しい
- 標本平均
  - 男性：5.5,　女性：4.4
- 共通の分散の推定
  - $$s^2 = \frac{1}{44-2}\{(5.1-5.5)^2 + \cdots + (5.2-5.5)^2 + (5.5-4.4)^2 + \cdots + (3.5-4.4)^2\}$$

    $$= 0.283$$
  - 標準偏差：$s = 0.532$

検定統計量と検定結果

検定統計量

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} = \frac{5.5 - 4.4}{0.771\sqrt{\frac{1}{22} + \frac{1}{22}}} = \frac{1.1}{0.232} = 4.74$$

- この検定統計量は，自由度 n-2 の t 分布にしたがう

検定結果

- 自由度42の t 分布の上側1%点 ＝ 2.70 より
帰無仮説を有意水準1%で棄却する
- 男性と女性の尿中の尿酸量の母平均は異なるといえる