# 分割表の検定

# 比率の差の検定

目的：新しく研究開発された石けんが，すり傷や切り傷を予防する効果があるかを調べたい

- データ：無作為抽出された600人
  - 320人：殺菌石けんを使用
  - 280人：普通の石けんを使用
  - 自然にできたすり傷や切り傷から2次的な感染が起こるかを記録した
  - 二重目かくし法による試験

# ２次感染を起こした比率

| | ２次感染を起こした数 | ２次感染を起こさなかった数 | 合計 |
|---|---|---|---|
| 殺菌石けん | 27 | 293 | 320 |
| 普通の石けん | 45 | 235 | 280 |

- ２次感染を起こした比率
  - 殺菌石けん　27/320＝0.084
  - 普通の石けん　45/280＝0.161

# 帰無仮説

- 帰無仮説 ： 殺菌石けんと普通の石けんとの間には
  ２次感染の予防の効果に差は無い

⇩

帰無仮説 $H_0 : p_1 = p_2$

$p_1$ : 殺菌石けんを使った場合の２次感染を起こす真の比率

$p_2$ : 普通の石けんを使った場合の２次感染を起こす真の比率

# 比率の差の検定

| | 2次感染を起こした数 | 2次感染を起こさなかった数 | 合計 |
|---|---|---|---|
| 殺菌石けん | $a$ | $b$ | $n_1$ |
| 普通の石けん | $c$ | $d$ | $n_2$ |
| 合計 | $m_1$ | $m_2$ | $N$ |

二組の比率の差の検定は，次の統計量が帰無仮説のもとで自由度1のカイ二乗分布にしたがうことを用いて行う

$$\chi_1^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{n_1 n_2 m_1 m_2}$$

# 検定統計量の計算

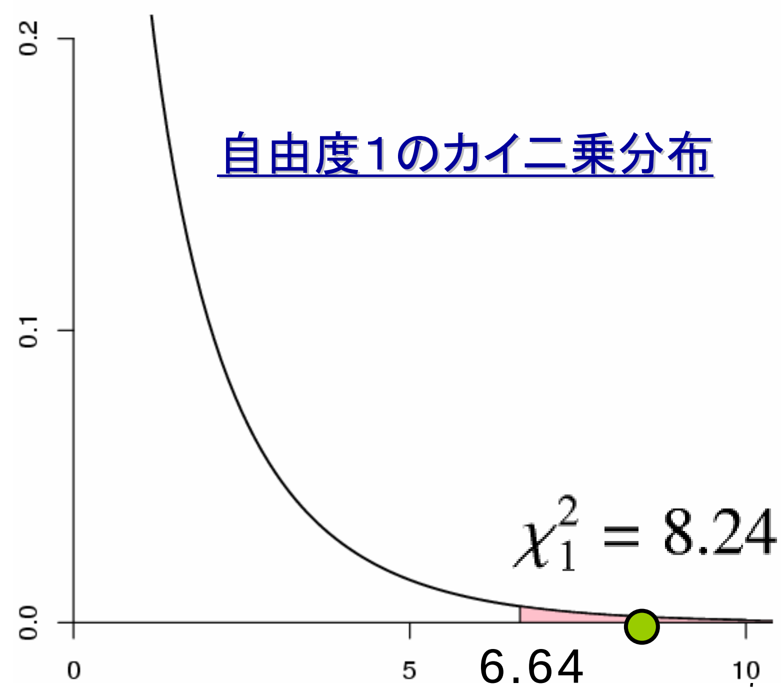
| | ２次感染を起こした数 | ２次感染を起こさなかった数 | 合計 |
|---|---|---|---|
| 殺菌石けん | 27 | 293 | 320 |
| 普通の石けん | 45 | 235 | 280 |
| 合計 | 72 | 528 | 600 |

- 検定統計量

$$\chi_1^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{n_1 n_2 m_1 m_2} = \frac{600\ (27 \times 235 - 293 \times 45)^2}{320 \times 280 \times 72 \times 528} = 8.24$$

# 検定結果

- 検定統計量 ： $\chi^2_1 = 8.24$
- 自由度1のカイ二乗分布の上側1%点 ： 6.64
- 検定結果
  - 有意水準1%で帰無仮説を棄却する
  - 殺菌石けんと普通の石けんとの間には2次感染の予防に差があると主張できる



# 独立性の検定

# 独立性の検定

## 目的：2つの質問に対する回答の関連性を調べる

- 質問（回答は「はい」または「いいえ」）
  - Ａ：私は看護という職業に精神的充実を感じている
  - Ｂ：私は看護という職業をいつまでも続けていきたい

質問に対する回答

| B \ A | はい | いいえ |
|---|---|---|
| はい | 71 | 24 |
| いいえ | 12 | 31 |

# 帰無仮説

- 帰無仮説
  - 「看護という職業に対する精神的充実感」と，「看護という職業を続けていきたい」ということの間には関連性は無い
  - 帰無仮説が棄却される ⇒ 独立でない

⇓

精神的充実感を感じている人ほど仕事を続けたいと思っている

# 独立性の検定

| 特性B ＼ 特性A | 有 | 無 | 計 |
|---|---|---|---|
| 有 | $a$ | $b$ | $n_1$ |
| 無 | $c$ | $d$ | $n_2$ |
| 計 | $m_1$ | $m_2$ | $N$ |

二組の比率の差の検定と同様に，次の統計量が帰無仮説のもとで自由度1のカイ二乗分布にしたがうことを用いて行う

$$\chi_1^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{n_1 n_2 m_1 m_2}$$

# 検定統計量の計算

| B＼A | はい | いいえ | 計 |
|---|---|---|---|
| はい | 71 | 24 | 95 |
| いいえ | 12 | 31 | 43 |
| 計 | 83 | 55 | 138 |

- 検定統計量

$$\chi_1^2 = \frac{N(ad - bc)^2}{n_1 n_2 m_1 m_2} = \frac{138\,(71 \times 31 - 24 \times 12)^2}{95 \times 43 \times 83 \times 55} = 27.1$$

自由度1のカイ二乗分布の上側1%点：6.64よりも著しく大きい。よって帰無仮説を棄却する。

# 独立性の検定：一般の場合

- 一般の分割表の場合を考える
  - 帰無仮説：特性A，Bの間に関連性はない

| | $B_1$ | $B_2$ | $\cdots$ | $B_t$ | 計 |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | $c_{11}$ | $c_{12}$ | $\cdots$ | $c_{1t}$ | $m_1$ |
| $A_1$ | $c_{21}$ | $c_{22}$ | $\cdots$ | $c_{2t}$ | $m_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $A_s$ | $c_{s1}$ | $c_{s2}$ | $\cdots$ | $c_{st}$ | $m_s$ |
| 計 | $n_1$ | $n_2$ | $\cdots$ | $n_t$ | $N$ |

# 独立性の検定：一般の場合

- 検定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}\frac{(c_{ij}-d_{ij})^2}{d_{ij}}, \quad d_{ij} = \frac{m_j n_i}{N}$$

  - 帰無仮説のもとで，検定統計量 $\chi^2$ は自由度 $(s-1)\times(t-1)$ のカイ二乗分布にしたがう
  - 期待度数 $d_{ij}$ が 5 より小さいときは，隣接した行や列を加え合わせて，期待度数を 5 以上にしてから検定を行う